

Manuel Maths 1ES
édition Nathan coll.Hyperbole, 2011

pages 107 à 126

Chapitre

5

Pourcentages et problèmes



Lors des championnats d'Europe de natation de Budapest en 2010, l'équipe de France a remporté le trophée des nations avec 21 médailles, soit une hausse de 85 % par rapport aux championnats d'Europe précédents.

Énigme ★

Un nénuphar doublant sa superficie chaque année recouvre entièrement une mare au bout de six ans.

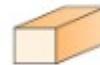
► **Combien de temps aurait-il fallu pour que la mare soit entièrement recouverte s'il y avait eu deux nénuphars ayant ces mêmes propriétés ?**



Source : Le grand livre des Énigmes, S.Lhullier.

Énigme ★★

Une brique de construction a une masse de 4 kg.



► **Quelle est la masse d'une brique réalisée avec le même matériau, dont les dimensions sont réduites de 75 % ?**

Source : La mathématique vivante, LL.Pereiman.

Vérifier les acquis

Compléments
numériques



Travailler
en autonomie

SPÉCIMEN RÉSERVÉ AUX ENSEIGNANTS – © NATHAN

1 Appliquer un pourcentage

► Formulaire p. 252, thème 13

Alain a joué 25 fois à Pile ou Face et a obtenu 44 % de Pile.
Calculer le nombre de fois où la pièce est retombée sur le côté Face.

2 Calculer un pourcentage

► Formulaire p. 252, thème 13

Paul : « C'est dans cette phrase que le pourcentage de consonnes est le plus important. »
Adeline : « Non, c'est dans celle-ci ! »
Sachant que l'on ne tient pas compte des signes de ponctuation (, ! - '), qui a raison ?

3 Calculer un pourcentage avec un tableur

► Rabats couverture

Pour chaque mois de l'année 2010, un médecin a noté le nombre de patients qui se sont présentés en consultation à son cabinet, dans un état fiévreux ou non.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
2	État fiévreux	45	36	45	24	36	12	4	3	60	52	26	36	379
3	État non fiévreux	35	28	27	36	12	38	21	17	20	32	39	12	317
4		Pourcentage de patients dans un état fiévreux												

Quelle formule faut-il taper dans la cellule N4 de cette feuille de calcul pour calculer le pourcentage de patients qui se sont présentés dans un état fiévreux à son cabinet durant cette année ?

4 Comparer des proportions

► Formulaire p. 252 et 253, thèmes 13 et 14

En 2009, 75 femmes siégeaient au Sénat parmi les 339 sénateurs et à l'Assemblée nationale, on comptait 107 femmes parmi les 577 députés.
La proportion de femmes était-elle plus importante au Sénat ou à l'Assemblée nationale ?



5 Utiliser un pourcentage relatif à un caractère d'un groupe

► Formulaire p. 252, thème 13

Un club sportif réunit 50 filles et 75 garçons.
70 % des filles et 80 % des garçons ont réussi un test d'endurance.
Quel pourcentage de sportifs du club a réussi ce test ?

6 Utiliser un pourcentage de diminution

► Formulaire p. 252, thème 13

En 2003, 15 milliards de sacs en plastique ont été distribués en France.
En 2009, le nombre de sacs en plastique distribués avait diminué de 80 % par rapport à 2003.
Combien de sacs en plastique ont été distribués en 2009 en France ?

7 Utiliser un pourcentage d'augmentation

► Formulaire p. 252, thème 13

Le prix d'un article qui coûte 30 € augmente de 10 %. Calculer son nouveau prix.

Objectif

Exprimer en % une évolution.

Note

Le terme geek est un anglicisme qui désigne une personne passionnée d'informatique.

Objectif

Déterminer un taux d'évolution global.

1 Évolution et pourcentage

On se propose de justifier les qualificatifs employés par les deux amis dans le dialogue qui suit.

Fred et Vince, deux amis geeks, discutent.

Fred : « Le disque dur Maxtor vient de passer de 152 à 150 € ! Tu te rends compte, **son prix n'a pratiquement pas bougé** ! Je vais encore attendre avant de l'acheter... »



Vince : « La mega clef USB, dont je t'ai parlé, est passée de 4 à 3 €. **Une baisse impressionnante** ! Je n'hésite plus, j'en achète 10 ! »

- Calculer la variation de prix, en euros, de chaque article.
- Calculer le taux d'évolution exprimé en pourcentage par rapport au prix initial de chacun des articles. Donner, si utile, la valeur approchée par excès du taux d'évolution au centième près.
- Justifier alors les qualificatifs employés par les deux amis.

2 Remises successives

On se propose de savoir si, après deux remises successives, le taux global de remise dépend ou non du prix initial.

1 Le prix initial est connu

Jérémy repère sur un site Internet un casque à 125 € qui, durant les soldes d'été, bénéficie d'une remise de 44 %.

Le lendemain, en retournant sur ce site, une remise supplémentaire de 30 % est accordée sur cette seule journée !

Il charge sa sœur Julie de déterminer le nouveau prix. Julie, fière de cette mission, saisit une feuille, étale les calculs et annonce fièrement : « Le casque de tes rêves coûte maintenant 49 € ! »

- Confirmer ou infirmer, par le calcul, l'affirmation de Julie.
- Calculer le pourcentage de baisse global.

2 Le prix initial n'est pas connu

On note P le prix initial, en euros, d'un article.

- Indiquer le prix de l'article lorsqu'on applique une remise de 44 %, puis encore une remise de 30 %.
- En déduire le pourcentage d'évolution correspondant.

3 Pour aller plus loin

On note P le prix initial, en euros, d'un article.

Ce prix subit une remise de t_1 %, suivie d'une remise de t_2 %.

Exprimer le taux global t % de remise en fonction de t_1 et t_2 .

Lien entre une évolution et un pourcentage

1 Évolution exprimée en pourcentage

PROPRIÉTÉ ET DÉFINITION t désigne un nombre positif ou négatif.Si une évolution de t % fait passer du nombre V_0 au nombre V_1 , alors :

$$V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right)V_0$$

On dit que $CM = 1 + \frac{t}{100}$ est le **coefficient multiplicateur** de V_0 à V_1 .**EXEMPLE 1** : Un tableau coûte 1 200 €. Lors d'une vente aux enchères, son prix **augmente de 25 %**. Son nouveau prix est :

$$P = 1\,200 + \frac{25}{100} \times 1\,200 = 1\,200 \times \left(1 + \frac{25}{100}\right) = 1\,200 \times 1,25, \text{ soit } P = 1\,500 \text{ €}.$$

EXEMPLE 2 : En 2000, un village comptait 1 200 habitants. En 2010, on constate que sa population a **baissé de 10 %**. La population P en 2010 est :

$$P = 1\,200 - \frac{10}{100} \times 1\,200 = 1\,200 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 1\,200 \times 0,9, \text{ soit } P = 1\,080 \text{ habitants}.$$

Remarque : On ne dit pas « une baisse de -10 % » mais « une baisse de 10 % » ou « une évolution de -10 % ».**PROPRIÉTÉS** • Si le coefficient multiplicateur est supérieur à 1, alors l'évolution est une augmentation (ou une hausse).

• Si le coefficient multiplicateur est inférieur à 1, alors l'évolution est une diminution (ou une baisse).

EXEMPLES : • 1,25 est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 25 %.

• 0,9 est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 10 %.

2 Expression d'une évolution en pourcentage

PROPRIÉTÉS Lorsque l'on passe de V_0 à V_1 , le **taux d'évolution** est $\frac{V_1 - V_0}{V_0}$.**DÉMONSTRATION**On note t % le taux d'évolution de V_0 à V_1 . Alors $V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right)V_0$.

$$\text{Donc } 1 + \frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0} \text{ et } \frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0} - 1 = \frac{V_1 - V_0}{V_0}.$$

EXEMPLE 1 : Un prix passe de 150 € à 180 €. Il a subi une augmentation de 20 %. En effet :

$$\frac{180 - 150}{150} = \frac{30}{150} = 0,2 = 20 \%$$

EXEMPLE 2 : La fréquentation moyenne d'un cinéma passe de 800 personnes le samedi à 320 personnes le mardi. Il subit une baisse de 60 %. En effet :

$$\frac{320 - 800}{800} = \frac{-480}{800} = -0,6 = -60 \%$$

Note

- Pour $t > 0$, il s'agit d'une augmentation.
- Pour $t < 0$, il s'agit d'une diminution.

Exercice résolu 1 Calculer une évolution exprimée en pourcentage

► Voir aussi exercice 8 page 116

Énoncé

Un magasin propose des jeans à 51 € et des pulls à 42 €. Le directeur décide de réduire de 15 % le prix des jeans et d'augmenter de 15 % le prix des pulls.

- Calculer le prix d'un jean après réduction.
- Calculer le prix d'un pull après augmentation.

Solution

$$a) 51 \times \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 51 \times 0,85 = 43,35$$

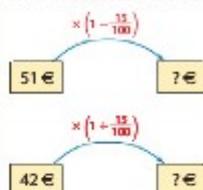
Donc le prix d'un jean après réduction est 43,35 €.

$$b) 42 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 42 \times 1,15 = 48,30$$

Donc le prix d'un pull après augmentation est 48,30 €.

Commentaire

On visualise les données.



Exercice résolu 2 Exprimer une évolution en pourcentage à l'aide d'indices

► Voir aussi exercice 16 page 117

Énoncé

Le tableau ci-contre présente la consommation intérieure de pétrole en France (en millions de tonnes) entre 2005 et 2008. On choisit 100 pour base en année 2005.

Année	2005	2006	2007	2008
Consommation	86,6	86,3	84,6	83,9
Indice	100	I_1		

- Calculer l'indice I_1 pour 2006, c'est-à-dire la quatrième proportionnelle dans la case colorée en orange ci-dessus. Arrondir au dixième.

b) Calculer les indices pour 2007 et 2008.

c) En déduire le taux d'évolution entre 2005 et 2008.

Solution

a) L'égalité des produits en croix donne :

$$86,6 \times I_1 = 86,3 \times 100$$

$$I_1 = \frac{86,3 \times 100}{86,6}, \text{ soit } I_1 \approx 99,7.$$

$$b) \text{ Pour 2007 : } I_2 = \frac{84,6 \times 100}{86,6},$$

soit $I_2 \approx 97,7$.

$$\text{Pour 2008 : } I_3 = \frac{83,9 \times 100}{86,6},$$

soit $I_3 \approx 96,9$.

$$c) I_3 - 100 = 96,9 - 100$$

$$I_3 - 100 = -3,1.$$

Donc la consommation intérieure de pétrole en France a diminué d'environ 3,1 % entre 2005 et 2008.

Remarque : Un indice est toujours strictement positif ; s'il est plus grand que 100, il correspond à une hausse et s'il est plus petit que 100, il correspond à une baisse par rapport à l'année de référence.

Commentaires

- Si à une valeur V_0 on affecte l'indice 100, alors à une valeur V_1 on affecte l'indice $I = 100 \times \frac{V_1}{V_0}$.

- Le taux d'évolution de V_0 à V_1 est $t = \frac{V_1}{V_0} - 1$. Donc :

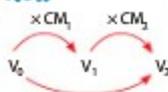
$$I = 100(1 + t)$$

$$\text{soit } I - 100 = 100t.$$

Évolutions successives – Évolution réciproque

1 Évolutions successives

Note

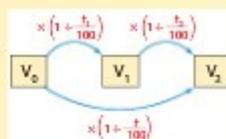


Alors le coefficient multiplicateur global de V_0 à V_2 est :

$$CM_1 \times CM_2$$

PROPRIÉTÉ Si le taux d'évolution de V_0 à V_1 est t_1 % et si le taux d'évolution de V_1 à V_2 est t_2 %, alors le taux d'évolution global t % de V_0 à V_2 est tel que :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$



DÉMONSTRATION

$$V_1 = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times V_0 \text{ et } V_2 = \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \times V_1. \text{ Ainsi } V_2 = \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times V_0$$

Par identification des deux relations :

$$V_2 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times V_0 \text{ et } V_2 = \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times V_0$$

$$\text{On obtient : } 1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$

EXEMPLE : Entre 2008 et 2009, le SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) a augmenté de 1,26 % ; entre 2009 et 2010, il a augmenté de 0,45 % (source : Insee).

Son taux d'évolution global entre 2008 et 2010 vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{1,26}{100}\right) \times \left(1 + \frac{0,45}{100}\right), \text{ soit } 1 + \frac{t}{100} \approx 1,02$$

Donc $\frac{t}{100} \approx 0,02$, soit un taux d'évolution global d'environ 2 %.

2 Évolution réciproque

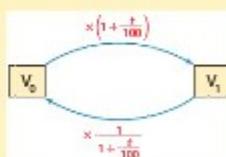
Note



Alors le coefficient multiplicateur de V_1 à V_0 est $\frac{1}{CM}$.

PROPRIÉTÉ Si le taux d'évolution de V_0 à V_1 est t %, alors le taux d'évolution réciproque t' % de V_1 à V_0 est tel que :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$$



DÉMONSTRATION

$$V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) V_0, \text{ donc } V_0 = \left(\frac{1}{1 + \frac{t}{100}}\right) \times V_1, \text{ donc le pourcentage d'évolution } t' \%$$

$$\text{de } V_1 \text{ à } V_0 \text{ est tel que } 1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$$

EXEMPLE : Le prix d'un produit d'usage courant vient de baisser de 10 %.

Le taux réciproque d'évolution vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 - \frac{10}{100}}, \text{ soit } 1 + \frac{t'}{100} \approx 1,111 \text{ donc } \frac{t'}{100} \approx 11,1 \%$$

Cela signifie que, pour que le prix de ce produit revienne à son prix initial, il faudrait qu'il augmente d'environ 11,1 %.

Exercice résolu 1 Calculer un taux d'évolution global

► Voir aussi exercice 18 page 117

Énoncé

Deux usines chimiques ont réalisé le même chiffre d'affaires en 2008.
 a) Le chiffre d'affaires de la société Rhubans a augmenté de 4 % en 2009 et baissé de 3 % en 2010.
 Déterminer le taux d'évolution global du chiffre d'affaires de 2008 à 2010.
 b) Le chiffre d'affaires de la société Adhé a diminué de 3 % en 2009 et diminué de 4 % en 2010.
 Déterminer le taux d'évolution global du chiffre d'affaires de 2008 à 2010.

Solution

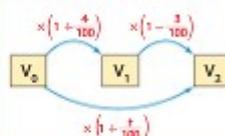
a) $1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{4}{100}\right) \times \left(1 - \frac{3}{100}\right) = 1,0088$

Donc $\frac{t}{100} = 0,88\%$.

Ainsi, de 2008 à 2010, le chiffre d'affaires a augmenté de 0,88 %.

Commentaire

On visualise les données.



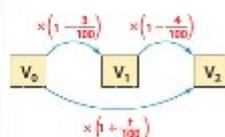
b) $1 + \frac{t}{100} = \left(1 - \frac{3}{100}\right) \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 0,9312$

Donc $\frac{t}{100} = -6,88\%$.

Ainsi, de 2008 à 2010, le chiffre d'affaires a baissé de 6,88 %.

Commentaire

On visualise les données.



Exercice résolu 2 Calculer une évolution réciproque

► Voir aussi exercice 22 page 117

Énoncé

Durant la journée du mardi, une action a augmenté de 7 %. Le mercredi soir, elle est revenue à son cours du mardi matin.
 Calculer le taux d'évolution durant la journée du mercredi. Arrondir au dixième.

Solution

$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{7}{100}} = 1,07$

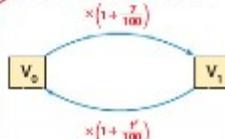
Donc $1 + \frac{t'}{100} \approx 0,934$

et $\frac{t'}{100} \approx -6,6\%$.

Ainsi, durant la journée du mercredi, cette action a subi une baisse d'environ 6,6 %.

Commentaire

On visualise les données.



Exercices

Accompagnement personnalisé

Pour comprendre

A Élaborer une fiche synthèse

Voici différentes façons de rendre compte d'une évolution.

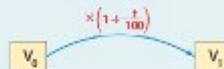
Évolution	Expression	Hausse	Baisse
Valeur initiale et valeur finale	V_0 V_1	$V_0 = 120 \text{ €}$ $V_1 = 138 \text{ €}$	$V_0 = 1\ 000 \text{ €}$ $V_1 = 854 \text{ €}$
Variation absolue (dans l'unité de V_1 et V_0)	$V_1 - V_0$	$V_1 - V_0 = \dots$ Hausse de ...	$V_1 - V_0 = \dots$ Baisse de ...
Coefficient multiplicateur (sans unité)	$CM = \frac{V_1}{V_0}$
Taux d'évolution ou variation relative (souvent en pourcentage)	$r = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$
Indice base 100 au départ (sans unité)	$I_1 = 100 \times \frac{V_1}{V_0}$	Base 100 pour V_0 ...	Base 100 pour V_0 ...

1 Recopier et compléter la fiche ci-dessus.

2 En France, la fréquentation des salles de cinéma, au cours du mois de mai, était de 15,90 millions d'entrées en 2007 et de 13,65 millions en 2008 (source : CNC). Rendre compte de l'évolution de différentes manières.

Conseils

Penser à visualiser les données d'une évolution par :



B Tirer profit d'une erreur

Le chiffre d'affaires d'une société a augmenté de 5 % en 2009 et baissé de 2 % en 2010. On souhaite calculer le taux d'évolution global du chiffre d'affaires sur ces deux années. Voici un extrait d'une copie d'élève corrigée.

~~Il y a eu augmentation de 5 %, donc +5 % puis baisse de 2 %, donc -2 %
+5 % - 2 % = +3 %
Le chiffre d'affaires a augmenté de 3 %.~~

Il faut utiliser le taux d'évolution ou les coefficients multiplicateurs

3 Proposer une correction à l'exercice ci-dessus.

4 Un aéroport de province a vu son trafic passager diminuer de 5,9 % par rapport au semestre précédent. On souhaite calculer le taux d'évolution à prévoir pour que le trafic passager revienne à sa situation initiale. Voici un extrait d'une copie corrigée d'élève.

~~Pour compenser la baisse de 5,9 %, il suffit d'appliquer une hausse de 5,9 %.~~

Revoir la méthode pour déterminer un taux d'évolution réciproque

5 Le vendredi 23 juillet, le cours de l'action Arobas a baissé de 0,5 % entre 9 heures et 10 heures, puis a augmenté de 0,38 % entre 10 heures et 11 heures. Calculer le taux d'évolution de cette action entre 9 heures et 11 heures.

Conseils

Pour déterminer des évolutions successives ou une évolution réciproque, on peut penser à utiliser les coefficients multiplicateurs.

SPÉCIMEN RÉSERVÉ AUX ENSEIGNANTS - © NATHAN

C Utiliser la calculatrice

Le tableau ci-dessous donne l'état du stock d'un produit dans différents magasins, entre le début et la fin d'une semaine donnée.

	Magasin 1	Magasin 2	Magasin 3	Magasin 4	Magasin 5	Magasin 6
Stock initial	350	23	547	234	526	318
Stock final	448	138	539	418	214	209

Pour calculer les coefficients multiplicateurs et les taux d'évolution à la calculatrice, on peut procéder ainsi.

Casio

- **MENU** 2 (STAT)

- On entre le stock initial en List 1 et le stock final en List 2.

- On met List 3 en surbrillance et on tape :

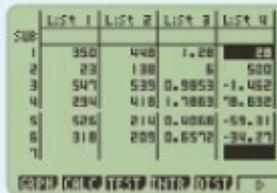
SHIFT 1 2 \div **SHIFT** 1 1 **EXE**

La colonne se remplit des coefficients multiplicateurs.

- On met List 4 en surbrillance et on tape :

(**SHIFT** List 1 3 $-$ 1) \times 100 **EXE**

La colonne se remplit des taux d'évolution en pourcentage.



Sub	List 1	List 2	List 3	List 4
1	350	448	1,28	28
2	23	138	6	500
3	547	539	0,9853	-1,452
4	234	418	1,7863	76,322
5	526	214	0,4068	-59,31
6	318	209	0,6572	-34,27

TI

- **STAT** 1 (Edit)

- On entre le stock initial en L1 et le stock final en L2.

- On met L3 en surbrillance et on tape :

2nd List **STAT** 2 (L2) \div **2nd**

STAT 1 (L1) **ENTER**

La colonne se remplit des coefficients multiplicateurs.

- On met L4 en surbrillance et on tape :

(**2nd** **STAT** 3 (L3) $-$ 1) \times 100 **ENTER**

La colonne se remplit des taux d'évolution en pourcentage.



L1	L2	L3	L4
350	448	1,28	28
23	138	6	500
547	539	0,9853	-1,452
234	418	1,7863	76,322
526	214	0,4068	-59,31
318	209	0,6572	-34,27

- 6 Le tableau ci-dessous donne la répartition des quotas d'émission de CO₂ alloués à quelques pays de l'Union européenne (en millions de tonnes de CO₂ par an).

	Période 2005-2007	Période 2008-2012
Allemagne	499,0	453,1
Royaume-Uni	245,3	246,2
Pologne	239,1	208,5
Italie	223,1	195,8
Espagne	174,4	152,3
France	156,5	132,4

À l'aide du menu STAT de la calculatrice, déterminer, pour chacun des pays, les taux d'évolution en pourcentage entre ces deux périodes.

➤ Vérifier les réponses p. 267

- 7 Le tableau ci-dessous donne le nombre total de postes d'enseignants ouverts aux concours (CAPES-CAFEP) entre 2004 et 2010.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Postes ouverts aux concours	7 603	8 679	6 744	6 945	5 930	5 664	6 266

On souhaite déterminer, à l'aide du menu STAT de la calculatrice, les taux d'évolution en pourcentage d'une année sur l'autre.

- Quelles données faut-il taper en liste 1 ? en liste 2 ?
- Quelle formule faut-il taper en liste 3 ?
- Déterminer les taux d'évolution en pourcentage d'une année sur l'autre.

Exercices

Exercices de base

Pour créer des automatismes

SPÉCIMEN RÉSERVÉ AUX ENSEIGNANTS – © NATHAN

Lien entre évolution et pourcentage

8 Un grand magasin de jeux vidéo annonce avoir vendu 2 432 consoles Xbox en 2009 et 1 937 en 2010. Calculer le taux d'évolution des ventes de Xbox entre ces deux années.

► *Conseil : se reporter à l'exercice résolu 1, page 171.*

9 Un produit en vente aux enchères sur un site Internet est mis à prix à 220 €. Un acheteur remporte la vente avec un prix de 256 €. Calculer le taux d'évolution entre le prix de départ et le prix d'achat.

10 Déterminer **mentalement** le coefficient multiplicateur associé aux évolutions suivantes :

a) augmenter de 20 % b) diminuer de 62 %
c) augmenter de 50 %

11 Déterminer **mentalement** le coefficient multiplicateur associé aux évolutions suivantes :

a) augmenter de 100 % b) diminuer de 80 %
c) diminuer de 50 %

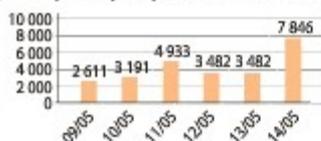
12 En utilisant l'extrait de l'article de presse présenté ci-dessous, déterminer le montant des ventes de PSA Peugeot Citroën au semestre précédent.

Les constructeurs automobiles ont, semble-t-il, mangé leur pain noir, au regard de la publication des résultats semestriels de PSA Peugeot Citroën. Le groupe Peugeot, dirigé par Philippe Vanh annonce un bon de 20,8 % de ses ventes à 28,39 milliards d'euros.

Source : www.fgara.fr

13 Ce document présente les ventes en magasin d'un roman de science-fiction du 9 au 14 mai 2011.

a) Déterminer le nombre total d'exemplaires vendus.
b) Calculer l'évolution journalière en pourcentage, arrondi au dixième, du nombre d'exemplaires vendus. Rédiger une phrase pour présenter les résultats.



14 Le tableau suivant donne le niveau d'émission (en kilotonnes) de CO (monoxyde de carbone) dans l'air en France métropolitaine en 1990 et 2003.

Secteur	1990	2003
Transformation énergie	35	28
Industrie manufacturière	1 973	1 540
Résidentiel/tertiaire	1 932	1 553
Agriculture/sylviculture	655	631
Transport routier	6 258	1 732
Autres transports	94	149
Total	10 947	5 633

a) Que calcule l'instruction saisie par Paul en L3 ?
b) Appliquer sa méthode et rédiger quelques phrases pour présenter les résultats obtenus.

Algorithmique

15 Cet algorithme permet de compléter le tableau ci-dessous.

Entrées
Saisir V
Saisir t
Traitement
V prend la valeur $V \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$
Sortie
Afficher V

Circuit	Ventes semaine 1	Évolution	Ventes semaine 2
Librairies	973	- 13 %	
Grandes surfaces alimentaires	96	- 47 %	
Grandes surfaces spécialisées		- 34 %	532

a) Quelles sont les variables utilisées ?
b) Que calcule cet algorithme ? Quelle variable stocke le résultat ?
c) Saisir le programme sur la calculatrice. Vérifier son bon fonctionnement en complétant les deux premières lignes du tableau.
d) Modifier le programme pour pouvoir compléter la troisième ligne du tableau. Compléter la troisième ligne du tableau.

16 Ce tableau donne le nombre d'élèves inscrits dans les conservatoires à rayonnement régional (CRR) et conservatoires à rayonnement départemental (CRD) pour les années scolaires de 1996 à 2007 (source : MCC/DEPS).



	1996 /97	1997 /98	1998 /99	1999 /00	2000 /01	2001 /02
Total	142 474	141 556	140 021	139 646	139 528	140 353
Musique	127 986	126 543	125 617	125 133	125 001	124 984
Danse	12 722	13 189	12 721	12 707	12 675	13 485
Art dramatique	1 766	1 824	1 683	1 806	1 852	1 884

	2002 /03	2003 /04	2004 /05	2005 /06	2006 /07
Total	141 090	143 871	150 339	153 284	156 444
Musique	125 103	126 629	131 282	133 561	135 848
Danse	13 942	15 150	16 769	17 089	17 865
Art dramatique	2 045	2 092	2 288	2 634	2 731

On choisit 100 pour base en 1996/97 pour chaque discipline.

- Calculer l'indice en 2006/07 :
a) en musique ; **b)** en danse ; **c)** en art dramatique
- En déduire le taux d'évolution entre 1996/97 et 2006/07 pour chaque discipline.

► *Conseil* : se reporter à l'exercice résolu 2, page 111.

17 Un restaurant a ouvert en 2009. Cette année-là, il a reçu 3 250 clients. En 2010, il a reçu 8 125 clients.

- Calculer le taux d'augmentation en pourcentage du nombre de clients entre 2009 et 2010.
- Lorsqu'un taux d'évolution est supérieur à 100 %, on préfère utiliser le vocabulaire multiplicatif. Recopier et compléter : « Le nombre de clients entre 2009 et 2010 a été multiplié par... ».

Évolutions successives Évolution réciproque

18 Déterminer le taux d'évolution global dans chaque situation suivante.

- Augmenter de 80 %, puis augmenter de 10 %.
- Augmenter de 20 %, puis augmenter de 30 %.
- Diminuer de 20 %, puis augmenter de 50 % et enfin augmenter de 2 %.

► *Conseil* : se reporter à l'exercice résolu 1, page 113.

19 De 2000 à 2005, la population d'une ville a augmenté de 10,3 % et, de 2005 à 2010, elle a diminué de 9 %.

Quel est le taux d'évolution de cette population entre 2000 et 2010 ?

20 En supposant que l'herbe de ma pelouse grandit de 5 % par jour, quel sera le pourcentage d'augmentation, arrondi à l'unité, de sa hauteur en 15 jours ?



21 Dans chaque cas, déterminer la valeur de x .

- La fréquentation d'une salle de cinéma a baissé de 20 %, puis de x %. Au total, elle a diminué de 32 %.
- L'entrée à un parc d'attraction a baissé de 20 %, puis augmenté de x %. Au total, l'entrée est revenue à son tarif initial.
- Le prix d'un article a baissé deux fois de suite de x %. Au total, il a diminué de 19 %.

► *Aide* : $1 + \frac{x}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$

Identifier, pour chaque question, les valeurs données dans l'énoncé parmi t_1 et t_2 . En déduire x .

22 Pour rédiger

Lire ci-dessous l'énoncé puis la solution d'un élève. Proposer une réponse correcte.

Énoncé

Entre 2000 et 2010, la production de déchets d'une ville a augmenté de 15 %. Lors de sa campagne électorale en 2010, le maire a promis pour 2020 un retour à la situation de 2000.

Déterminer le pourcentage de baisse nécessaire dans la production de déchets, entre 2010 et 2020.

Copie d'un élève :

Plusque, entre 2000 et 2010, il y a une hausse de 15 %, entre 2010 et 2020, il faut une baisse de 15 %.

Corriger l'erreur de l'élève.

► *Conseil* : se reporter à l'exercice résolu 2, page 113.

23 Sur un site Internet, on pouvait voir en 2010 les informations suivantes (source : www.oliscount.fr) :

PEUGEOT RC2 141 000 0000	-16,3%	20 100 €	1 résultat
ALFA ROMEO GT 1.8 2006 108 500000	-27,3%	24 801 €	1 résultat

Quel était le prix de ces deux voitures avant la remise ?

24 Différents types de croissances

OBJECTIF Distinguer les variations absolues et les variations relatives.

1. Croissance absolue et relative

a) Pour le tableau ci-dessous, calculer les variations absolues et relatives entre deux périodes consécutives.

Période	1	2	3
Valeur	100	120	132

b) Recopier et compléter avec « augmente » ou « diminue » :

« La valeur étudiée augmente mais sa croissance en valeur absolue et en valeur relative ».

2. Croissance absolue ou relative

a) Pour le tableau ci-dessous, calculer les variations absolues et relatives entre deux périodes consécutives.

Période	1	2	3
Valeur	100	150	210

b) Recopier et compléter avec « augmente » ou « diminue » :

« La valeur étudiée augmente mais sa croissance en valeur absolue et en valeur relative ».

3. Troisième type de croissance

a) Pour le tableau ci-dessous, calculer les variations absolues et relatives entre deux périodes consécutives.

Période	1	2	3
Valeur	100	120	140

b) Recopier et compléter avec « augmente » ou « diminue » ou « est stable » :

« La valeur étudiée augmente mais sa croissance en valeur absolue et en valeur relative ».

4. Quatrième type de croissance

a) Pour le tableau ci-dessous, calculer les variations absolues et relatives entre deux périodes consécutives.

Période	1	2	3
Valeur	100	120	144

b) Recopier et compléter avec « augmente » ou « diminue » ou « est stable » :

« La valeur étudiée augmente mais sa croissance en valeur absolue et en valeur relative ».

25 L3-4 Du prix HT au prix TTC

OBJECTIF Utiliser une calculatrice ou un algorithme pour appliquer une TVA sur un prix HT.

La TVA est un impôt qui est prélevé par l'État sur chaque action commerciale en France.

Ainsi, sauf cas particulier, lorsqu'une entreprise facture à un client, elle facture un montant TTC (Toutes Taxes Comprises) qui est composé du prix HT (Hors Taxe) augmenté de la TVA. En France, la TVA normale est de 19,6 %.

1. a) Déterminer le coefficient multiplicateur permettant de passer d'un prix HT à un prix TTC.

b)

Année	2000	2002	2004	2006	2008	2010	
Prix HT	Gazole	0,321	0,263	0,310	0,48	0,63	0,47
	SP95	0,328	0,268	0,298	0,44	0,53	0,48

Dans le menu STAT de la calculatrice, saisir les prix du Gazole en liste 1 et ceux du SP95 en liste 3.

c) Calculer les prix TTC dans les listes 2 et 4.

2. Voici un algorithme.

```

VARIABLES
- d EST_DU_TYPE NOMBRE
- a EST_DU_TYPE NOMBRE
DÉBUT_ALGORITHME
- LIRE d
- a PREND_LA_VALEUR d*1.196
- AFFICHER "Le prix TTC est de"
- AFFICHER a
FIN_ALGORITHME
    
```

a) Quelles sont les variables utilisées ?

Quel calcul l'algorithme effectue-t-il ?

Quelle variable stocke le résultat du calcul ?

b) Chaque pays applique une TVA différente. Modifier cet algorithme afin que l'utilisateur puisse entrer la TVA en pourcentage.

c) Programmer cet algorithme sur la calculatrice ou sur un logiciel.

d) Tester son bon fonctionnement en indiquant les prix TTC des produits et services ci-dessous :

France : Un repas HT : 17 € TVA : 5,5 %

France : Une baguette HT : 0,70 € TVA : 19,6 %

Espagne : Un Jean HT : 65 € TVA : 16 %

26 **B2** **L3-4** Du prix TTC au prix HT

OBJECTIF À l'aide d'un tableur, utiliser un taux réciproque pour retrouver des prix HT à partir de prix TTC.



Le propriétaire d'un magasin d'articles de sport liste chaque jour les articles vendus, les prix TTC correspondant et calcule le montant de la TVA à reverser à l'état.

1. a) Déterminer le taux d'évolution réciproque de 19,6 %. Arrondir le résultat au centième.
 - b) En déduire le prix HT d'un article correspondant à un prix TTC de 43,65 €.
 - c) En déduire le montant en euros de la TVA qui sera versée à l'État suite à la vente de cet article.
2. La feuille de calcul ci-dessous présente les ventes d'une journée donnée.

	A	B	C	D	E	F
1	Reference	Prix TTC	Prix HT		Taux de TVA	0,19
2	1153	47,65	39,80	7,95	Taux réciproque	0,197
3	1245	362,92				
4	4636	99,47				
5	5627	157,06				

- a) Quelle formule a été saisie en cellule C2 ?
- b) Quel est le titre à écrire en cellule D1 ?
- c) Quelle formule faut-il saisir en cellule F2 pour obtenir le taux réciproque ?
- d) Réaliser cette feuille de calcul et en déduire le montant de la TVA que ce commerçant devra reverser à l'État.

27 Pourcentage d'évolution moyen

OBJECTIF Modéliser des évolutions successives à l'aide d'une fonction, puis appliquer le modèle à un cadre concret.

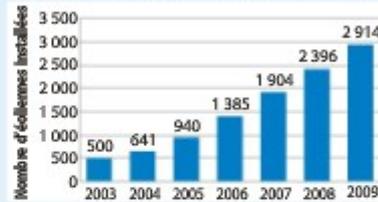
Entre 2003 et 2009, le nombre d'éoliennes installées en France a été multiplié par 5,83 environ.

1. Déterminer le taux d'évolution du nombre d'éoliennes installées entre 2003 et 2009.
 2. On suppose que l'augmentation a été régulière de $t\%$ par an entre 2003 et 2009.
 - a) Montrer que t vérifie l'équation $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^6 = 5,83$.
 - b) En utilisant le menu TABL de la calculatrice et les écrans proposés ci-après, donner un encadrement de $1 + \frac{t}{100}$ d'amplitude 0,1.
- On admet que la fonction f définie par $f(x) = x^6$ est croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.



- c) En s'inspirant de la question b), proposer des encadrements de $1 + \frac{t}{100}$ d'amplitude 0,01, puis 0,001 et enfin 10^{-4} .
- d) En déduire les encadrements de $\frac{t}{100}$ correspondants.

3. Le graphique ci-dessous indique le nombre d'éoliennes installées en France entre 2003 et 2009.



a) Reproduire et compléter la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	Année	Nombre d'éoliennes installées	Évolution en pourcentage
2	2003	500	
3	2004	641	
4	2005	940	
5	2006	1385	
6	2007	1904	
7	2008	2396	
8	2009	2914	

b) Est-il cohérent de faire des prévisions sur le nombre d'éoliennes installées en 2010 à partir de la valeur de t trouvée au 2. d) ?

28 **B2** **L3-4** Population et indice

OBJECTIF Calculer les indices et en déduire des taux d'évolution.

Ce tableau donne l'évolution de la population de la France métropolitaine entre 1950 et 2050 (projections) (source : Insee).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	1950	1980	2000	2010	2020	2030	2040	2050
2	Population (en millions)	41647	54677	58796	62382	64884	67284	69029	69962
3	Indice	100							
4	Taux d'évolution (en %)								

- a) Reproduire cette feuille de calcul.
- b) On prend 100 pour indice en 1950. Compléter la plage C3 : I3.
- c) Calculer dans la plage C4 : I4 les taux d'évolution entre deux années consécutives.
- d) Commenter les résultats obtenus.

Exercices d'entraînement

Pour développer des compétences

Critiquer, argumenter

29 B2 L1-1 L3-4 Contrat d'assurance-vie

Voici le tableau récapitulatif des performances du contrat d'assurance-vie Flore au 01/01/11.

Depuis sa création :	-23,94 %
Depuis le 01/10/10 :	+6,23 %
Valeur de la part à l'origine le 01/05/05 :	76,23 €

Document 1 : Évolution de la part depuis l'origine.



Document 2 : Évolution de la part sur un an

	A	B	C	D
1	Année	Date	Valeur	Indice
2	2010	01.05/10	49,52	
3		01.06/10	53,09	
4		01.07/10	64,30	
5		01.08/10	54,34	
6		01.09/10	57,14	
7		01.10/10	54,68	
8		01.11/10	56,83	
9		01.12/10	58,9	
10		01.01/11	57,98	
11		2011	01.02/11	59,6
12	01.03/11		56,72	
13	01.04/11		58,28	

- En prenant comme base 100 la valeur de la part au 01/05/05 et en utilisant le document 1, calculer les indices correspondants aux valeurs affichées. On utilisera un tableur ou les listes de la calculatrice. Représenter graphiquement l'évolution des indices.
- Vérifier les performances affichées dans le premier encadré.
- Expliquer en quoi le choix des dates peut contribuer à fournir des informations tendancieuses pour les performances de la part.
- En prenant comme base 100 la valeur de la part au 01/05/10, tracer la courbe des indices pour la période du 01/05/10 au 01/04/11 et commenter ce graphique.

30 Remise sur prix HT ou TTC

Tom projette d'acheter une voiture. Voici un extrait de la conversation échangée entre Paul et un vendeur de la concession.

Le vendeur : « Je vous propose 10 % de remise sur le prix hors taxe, puis j'applique la TVA de 19,6 % sur le prix hors taxe. »

Tom : « Je préférerais la TVA sur le prix hors taxe, puis une remise de 10 % sur le prix TTC. »

Expliquer par un calcul le choix du vendeur et de Tom.

Mener des raisonnements

31 Besoin en eau

Le tableau ci-dessous renseigne sur les besoins en eau dans le monde.

	Population mondiale (milliards d'habitants)	Volume moyen par habitant (m ³ /an)	Volume global (milliards de m ³ /an)
1950	2,5	400	
1970	3,6	500	
1990	5,5	600	
2010	6,9	750	

Tous les taux d'évolution seront arrondis au dixième.

- Calculer les taux d'évolution de la population et du volume moyen utilisé par habitant entre deux années consécutives de ce tableau.
 - En déduire des taux d'évolution du volume global d'eau utilisé.
 - Vérifier les résultats du b) en recopiant et en complétant la dernière colonne de ce tableau.
- On suppose que les taux d'évolution bi-décennaux calculés entre 1990 et 2010 restent fixes pour les périodes de 20 ans à venir. Estimer alors le taux d'évolution du volume global d'eau utilisé :
 - entre 2010 et 2030
 - entre 2010 et 2050
 - entre 2010 et 2110
 - Le volume d'eau utilisable sur la planète est 40 000 milliards de m³ par an. Quel problème risque de se poser à l'horizon 2010 ?
 - Si l'on décide de ralentir l'augmentation de la consommation d'eau en ayant un taux d'augmentation bi-décennal de 14 %, quelles en seront les conséquences pour l'évolution du volume global utilisé ?

32 Marge bénéficiaire

Un commerçant achète 120 € un article à un grossiste. Le prix de vente qu'il affiche correspond au prix d'achat augmenté de 70 %.

- Calculer le pourcentage de la marge réalisée par rapport au prix de vente.
 - Démontrer que cette marge ne dépend pas du prix d'achat de la marchandise.
2. Le commerçant veut réaliser la même marge sur tous les articles vendus dans son magasin de façon que la marge représente 55 % du prix de vente. Quel pourcentage d'augmentation doit-il appliquer sur les prix d'achat ?

33 Sécurité au volant...

Voici quelques lignes d'un humoriste, trouvées dans la presse :

« 20 % de tous les accidents automobiles sont provoqués par des automobilistes ivres. Ceci veut dire que 80 % de tous les accidents sont provoqués par des automobiles sobres... Pourquoi les sobres ne peuvent-ils pas se retirer de la circulation afin que notre sécurité augmente de 400 %... ? »

- Retrouver le raisonnement mathématique de cet humoriste.
- On suppose que, sur un échantillon de 2 000 véhicules, on a 20 accidents et, d'autre part, que 50 des 2 000 conducteurs sont ivres.

En reprenant l'information « 20 % des accidents automobiles sont provoqués par des automobilistes ivres » et en l'appliquant à l'échantillon ci-dessus, démontrer qu'il est beaucoup plus dangereux de conduire ivre que de conduire sobre.

Communiquer à l'écrit, à l'oral**34 Cartes de réduction**

Dans un transport en commun, trois personnes de la même famille voyagent ensemble. Ils bénéficient d'une réduction de 40 %. Le contrôleur pense qu'il leur aurait été plus avantageux d'utiliser la carte « couple/famille », qui donne droit à 50 % de réduction dès le deuxième voyageur, seul le premier paie plein tarif. Qu'en pensez-vous ?

35 En anglais

This is a dialogue.

Cashier : \$73.07, please.

Keith : What ? That's impossible. Show me the receipt !

Cashier : Here it is.

Keith : Look ! The price on the shirt is \$20. The receipt says \$27.

Cashier : Oh yes, you're right. The receipt is wrong. I'm sorry.

Keith : And what is the \$5.57 for ?

Cashier : That's the tax Sir.

The Cheap house		657 West 57 th Street - L.A. 1004	
		06/04/2000	
		6:17 PM	
Quantity	Item	Product #	Price
1	T-shirt	45896122	\$27.00
3	Pair of socks	58963021	\$3.00 each
		(bargain : buy 1 get 1 free)	
1	Sweater	00058745	\$31.50
Subtotal			\$67.50
Tax (8.25 %)			\$5.57
Total			\$73.07
Thank You for Shopping with us !			

Correct the previous receipt. Is there another mistake ?

36 La dette

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la dette en milliards d'euros de l'État français entre 1990 et 2004.

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dette y_i (en milliards d'euros)	271,7	321,4	443	540,1	613,1	683,5	773,4	872,6

Source : Insee.

Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au dixième.

- En prenant l'année 1990 comme référence (indice 100), calculer les indices correspondant à la dette de l'État de 1992 à 2004.
- Déterminer le taux d'évolution global de la dette de l'État entre 1990 et 2004.
- Déterminer le taux d'évolution moyen bisannuel de la dette de l'État (par période de deux ans).

S'initier à la logique**37 Vrai-Faux**

Dire, pour chacune des phrases suivantes, si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- Si le taux d'évolution est de 10 %, alors un article de 15 € augmente de 2 €.
- Si l'on augmente successivement deux fois le prix d'un article de 50 %, alors le prix de cet article est doublé.
- Si un article coûte 100 € après une augmentation de 20 %, alors il coûtait 80 € avant l'augmentation.

QCM

38 Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

1 Le prix d'une place de spectacle est passé de 6,70 € à 7 €. La valeur approchée par excès au dixième près du taux d'augmentation est de :

- a) 0,3 % b) 4,5 % c) 4,3 %

2 On donne le tableau suivant :

Année	2009	2010	2011
Taux d'évolution annuel	+10 %	-50 %	+7 %

Le taux d'évolution global sur les trois ans est :

- a) -33 % b) -41,15 % c) -11 %

3 Une photocopieuse augmente de 20 % une dimension d ; la nouvelle dimension est :

- a) $20 \times d$ b) $0,2 \times d$ c) $1,2 \times d$

39 Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Laquelle ? Justifier.

1 Si on ajoute deux fois son volume à une boisson aromatisée, son volume :

- a) double b) augmente de 200 % c) triple

2 Une quantité qui subit une hausse de 32 % suivi d'une hausse de 18 % aura :

- a) augmenté de 50 % b) augmenté de 5,76 % c) augmenté de 55,76 %

3 Le prix d'une BD a augmenté de 5 % puis, le lendemain, a baissé de 5 %. Le prix de la BD :

- a) est revenu à son prix initial b) a baissé c) a augmenté

4 La production d'une entreprise a baissé de 4 %. Le taux d'évolution à appliquer pour que la production revienne à sa valeur initiale est :

- a) +4 % b) +4,2 % c) environ +4,16 %

Exercices
interactifs

Vrai-Faux

40 Dire pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.

a) Si le taux d'évolution de V_0 à V_1 est t , alors :

$$V_1 = V_0 + \frac{t}{100}$$

b) Si le coefficient multiplicateur de V_0 à V_1 est CM , alors le coefficient multiplicateur de V_1 à V_0 est $\frac{1}{CM}$.

c) Le taux d'évolution global résultant de trois augmentations successives de t % est $3 \times \frac{t}{100}$.

d) Si le taux d'évolution de V_0 à V_1 est t %, alors le taux d'évolution de V_1 à V_0 est $-t$ %.

e) Lors de récents sondages, la cote de popularité du Premier ministre est passée de 40 % à 35 %, soit une diminution de 12,5 %.

41 Dire pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse. Justifier.

a) Le nombre moyen de copies par film était en 2006 de 242 pour les films Français.

En 2007, il était passé à 262. Il a donc augmenté de 20 %.

b) Diminuer une quantité de 15 %, c'est multiplier par 0,15.

c) Dans un pays, entre 2005 et 2010, le nombre d'utilisateurs de téléphone portable en conduisant a augmenté de 4 %. Le taux d'évolution qui permettrait de revenir à la situation antérieure est de -4 %.

Exercices
interactifs

Se préparer au contrôle

42 Un peu d'histoire

La production des usines Renault durant la guerre

	1914	1918
Voitures	4 206	553
Camions	402	1 793
Chars d'assaut	0	1 750
Moteurs d'avions	0	5 050
Obus (75 et 155)	0	2 070 400
Superficie des usines	11,5 ha	34 ha
Effectif (dont % de femmes)	6 300 (3,8 %)	22 500 (31,6 %)
Bénéfices (Indice)	100	170
Chiffres d'affaires (Indice)	100	366

Source : P. Fridenson, *Histoire des usines Renault*, La Souffrerie, Paris, 1972.

Recopier le texte ci-dessous et en s'aidant du tableau, compléter chaque phrase.

De 1914 à 1918 :

- a) la production de camions a été multipliée par approximativement
- b) la superficie des usines Renault a d'environ % ;
- c) la production de voitures a d'environ %.

Conseils

- a) Voir le cours paragraphe 1 page 110.
b) Voir le cours paragraphe 2 page 110.

43 Évolution et pourcentage

Le tableau ci-dessous donne la population en millions d'habitants de quelques pays ou entités en 1999 et les projections en 2025.

Pays ou entité	1999	2025
Monde	5 982	8 054
Afrique	771	1 290
Amérique	815	1 083
Asie	3 637	4 923
Europe	580	580
Russie	147	138

Utiliser le menu STAT de la calculatrice pour obtenir les taux d'évolution de chaque pays entre ces années.

Conseils

Voir le paragraphe C page 115.

44 Évolutions successives

a) La Poste propose deux types de placements à ses clients :

- une sicav monétaire **Addylis** à « profil prudent » ;
 - une sicav action **Plénitude** à « profil dynamique ».
- Les valeurs en euros de chaque part, au début de certains mois, sont données dans le tableau suivant :

	07/08	01/09	07/09	01/10	07/10	01/11
Addylis	107,58	109,08	110,61	111,69	112,55	113,38
Plénitude	56,03	49,67	44,7	44,17	49,5	50,85

Un client veut placer une somme de 2 000 €.

1. Calculer le taux de rentabilité (c'est-à-dire le taux d'évolution) et le montant obtenu en janvier 2011 :

a) pour une somme investie avec Addylis :

- en juillet 2008
- en janvier 2010

b) pour une somme investie avec Plénitude :

- en juillet 2008
- en janvier 2010

2. En utilisant les résultats qui précèdent, justifier les appellations :

« profil prudent » et « profil dynamique »

Conseils

1. a) et b) Voir le cours paragraphe 1 page 112.

45 Évolution réciproque

Déterminer la cotation des matières premières présentées lors de leur cotation précédente.

Matières Premières	Dernier*	Variation %
Or	1 163,60	+0,06 %
Argent	17,61	-0,10 %
Palladium	467,73	+0,37 %
Platine	1 536,60	+0,56 %
Pétrole (New York)	77,44	-1,74 %
Pétrole (Londres)	77,03	-0,35 %

* Légende : toutes les cotations sont en USD.

Source : <http://marches.lefigaro.fr/commodities/lista.html>

Conseils

- Revoir le cours paragraphe 2 page 112 afin de calculer les évolutions réciproques.
- Revoir le cours paragraphe 1 page 110 afin de déterminer les nouvelles cotations.

Exercices d'approfondissement

Pour aller plus loin

SPECIMEN RESEKVE AUX ENSEIGNANTS

46 Avec un guide (1)

Florian possède un champ rectangulaire de longueur 50 m et de largeur 30 m. Lors d'un projet de remembrement, on lui soumet trois propositions de modification des dimensions de son champ.

- Proposition 1 : On augmente la longueur du champ de 30 % et on diminue sa largeur de 30 %.
- Proposition 2 : On diminue la longueur du champ de 15 % et on augmente sa largeur de 25 %.
- Proposition 3 : On diminue la longueur du champ de 20 % et on augmente sa largeur de 25 %.

a) En utilisant le menu STAT de la calculatrice, faire apparaître les différents calculs permettant, pour chacune des trois propositions, de déterminer les variations de l'aire entre le champ initial et le champ après modification.

b) Laquelle des trois propositions est la plus avantageuse pour Florian ?

Guide de résolution

Dans le menu STAT de la calculatrice, saisir :

- en LIST1 : les pourcentages d'évolution de la longueur ;
- en LIST2 : les pourcentages d'évolution de la largeur ;
- en LIST3 : la longueur du champ après modification ;
- en LIST4 : la largeur du champ après modification ;
- en LIST5 : l'aire du champ après modification.

47 Avec un guide (2)

Les magasins Pisho et Navi présentent deux promotions pour un même produit.

Magasin Pisho
« t % de produit en plus »

Magasin Navi
« Ici t % de remise »

Déterminer, suivant les valeurs de t, la promotion la plus avantageuse.

Guide de résolution

- Essayer en prenant un exemple, puis effectuer plusieurs essais (on pourra s'aider d'un tableur ou d'une calculatrice).
- Exprimer, en fonction de t, le prix d'un kilogramme de ce produit après promotion dans le magasin Pisho.
- Exprimer, en fonction de t, le prix d'un kilogramme de ce produit après promotion dans le magasin Navi.
- Comparer ces prix, penser à étudier le signe de la différence des prix.

48 Responsable de la rémunération

Alain est responsable de la rémunération dans une PME. Il utilise les données suivantes :

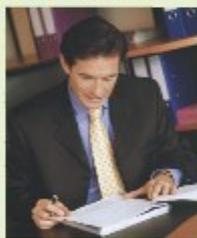
- en 2010, un employé percevait un salaire brut S_0 , dont 16,1 % sous forme de primes et de rémunérations annexes. Les prélèvements sociaux représentaient 15,9 % du salaire brut ;
- entre 2010 et 2011, les prélèvements sociaux ont augmenté de 1,6 %, le salaire brut de + 1,9 % et les primes et rémunérations annexes de + 4,6 %.

En utilisant les données recueillies par Alain, calculer :

- le taux d'évolution du salaire net de prélèvements ;
- le taux d'évolution du salaire net hors primes et rémunérations annexes.

Un métier Responsable de la rémunération

Les ressources humaines se sont diversifiées, faisant la part belle à la stratégie. Mais l'administration de la paie n'en reste pas moins une fonction clé dans l'entreprise. De bac+2 au bac+5, les jeunes diplômés peuvent s'y faire une place.



49 Le tabac

Une société qui organise des vacances décide de faire une étude sur l'usage du tabac par sa clientèle. Voici les effectifs des diverses catégories de clients.

	De 18 à 30 ans	De 31 à 50 ans	Plus de 50 ans	Total
Hommes	150	600	230	980
Femmes	500	50	100	650
Total	650	650	330	1 630

Les pourcentages de fumeurs parmi la clientèle de la société sont les suivants :

	De 18 à 30 ans	De 31 à 50 ans	Plus de 50 ans
Hommes	60 %	25 %	30 %
Femmes	50 %	20 %	25 %

Un employé affirme : « Les femmes clientes de la société fument moins que les hommes. »
Cet employé a-t-il raison ou tort ?

50  **Comment compenser une hausse ?**

1. Un article valant 250 € subit d'abord une augmentation de 25 % puis une diminution à un taux inconnu y %.

Calculer y , sachant que le prix final de l'article est à nouveau 250 €.

2. a) Une quantité subit une hausse de x % suivie d'une baisse de y %. Elle revient alors à sa valeur initiale.

Démontrer que $y = \frac{100x}{x+100}$.

b) f est la fonction définie sur $[0; 100]$ par :

$$f(x) = \frac{100x}{x+100}$$

Avec la calculatrice, tabuler la fonction f sur l'intervalle $[0; 100]$ avec le pas 20.

c) Tracer la courbe représentant f dans un repère orthogonal, en choisissant des unités adaptées.

3. Utiliser le graphique fait à la question 2. c) pour répondre aux questions suivantes.

a) La hausse des prix de l'immobilier atteint 15 % en un an et presque 87 % en six ans.

Quel doit être le taux de diminution des prix qui permettrait de compenser la hausse sur un an ? sur six ans ?

b) Pour compenser la hausse des prix, certains magasins de la grande distribution proposent des baisses de prix allant de 2 à 3,3 %. Quels taux de hausse ces baisses permettent-elles de compenser ?

51 **Élasticité**

Info

On suppose qu'une grandeur d varie en fonction d'une autre grandeur p .
Lorsque la grandeur d passe de d_0 à d_1 et que la grandeur p passe de p_0 à p_1 , l'élasticité e de d par rapport à p est égale à :

$$e = \frac{\frac{d_1 - d_0}{d_0}}{\frac{p_1 - p_0}{p_0}} = \frac{\text{évolution en \% de } d}{\text{évolution en \% de } p}$$

Si $e < -1$ ou $e > 1$, la grandeur d est dite élastique par rapport à p .

Si $-1 < e < 1$, la grandeur d est dite inélastique par rapport à p .

Le tableau ci-dessous renseigne sur les évolutions du prix et de la demande pour un pantalon et un voyage.

	Prix initial (en €)	Prix nouveau (en €)	Demande initiale	Demande finale
Pantalon	60	55	5 000	5 120
Voyage	900	890	1 000	1 015

1. Pour chacun des produits, répondre aux questions suivantes.

a) Quelle est la valeur de l'élasticité de la demande par rapport au prix ?

b) La demande est-elle élastique par rapport au prix ?

c) Les vendeurs gagnent-ils à cette baisse des prix ?

2. On considère que, pour le pantalon, l'élasticité reste fixe.

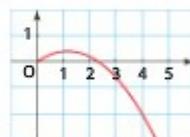
a) Si le prix du pantalon augmente de t % à partir du prix initial, quelle est l'évolution en pourcentage de la demande ?

b) On pose $x = \frac{t}{100}$.

Montrer que la recette est multipliée par :

$$(1+x)(1+xe)$$

c) La courbe ci-dessous représente la fonction qui à x , associe le taux d'évolution de la recette correspondant à la vente des pantalons.



Rédiger un commentaire économique en utilisant les renseignements fournis par cette courbe pour laquelle $e = -0,3$.

52  **Vrai ou faux**

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fautive, sans justification.

1. Si le prix d'un article augmente de 5 % en juin et de 6 % en juillet, alors il a augmenté de 11 %.

2. Si je place une certaine somme d'argent au taux annuel de 10 % (à intérêts composés), alors mon capital aura doublé en 10 ans.

3. Le côté d'un carré augmente de 5 %.

a) Son périmètre augmente donc de 20 %.

b) Son aire augmente de 0,25 %.

4. Lors d'une élection, un parti a obtenu au premier tour 35 % des voix exprimées avec un taux d'abstention de 40 % et au second tour, 30 % des voix avec un taux d'abstention de 20 %.

Ce parti a donc régressé entre les deux tours.

5. Une ville A a un taux de chômage de 25 % et une ville B un taux de chômage de 12,5 %. Alors, dans la ville A, il y a nécessairement deux fois plus de chômeurs que dans la ville B.

6. Le pourcentage des collés à un examen a augmenté de 40 %. Cela signifie qu'il y a 40 % de plus de collés à cet examen.

Exercices

53 Erreur de communication

Voici une ancienne publicité d'un opérateur téléphonique.

« Dès 18 h, le téléphone est 30 % moins cher, soit 30 % de temps en plus. »

L'objectif de cet exercice est de comprendre l'erreur commise dans cette phrase en se plaçant dans le cas où le prix est proportionnel au temps de communication.

a) On suppose ici que, après 18 heures, le téléphone est 30 % moins cher.

Pour une somme d'argent S donnée, calculer en pourcentage du temps de conversation, l'augmentation permise par cette baisse de tarif.

b) On suppose ici que, après 18 heures, on peut parler 30 % de temps en plus. Pour une somme S donnée, calculer la baisse en pourcentage du prix de l'unité de temps.

c) Conclure.

54 Problème ouvert

Dans une banque, le code d'ouverture d'un coffre est un nombre.

- Diminue ce code de 12 %, puis ajoute 69.
- Augmente le code de 19 %, puis double le résultat ainsi obtenu.

Les deux nombres que tu viens de trouver sont égaux ! Quel est le code d'ouverture du coffre ?

55 Défi

Un marchand de tissu calcule son prix de vente de façon à gagner 40 % sur le prix d'achat de sa marchandise. Mais « le mètre » en bois qu'il utilise pour mesurer son tissu n'est pas à la bonne longueur, et il s'aperçoit qu'il ne gagne que 39 % au lieu de 40 %.

Quelle est la longueur réelle du « mètre » utilisé par ce marchand ?

Source : P. Berloquin, 100 jeux numériques.

SUJETS D'EXPOSÉS

SUJET 1

L'Empire State Building de New York a été le plus grand bâtiment du monde jusqu'en 2009.

→ Rechercher des données sur la hauteur des bâtiments depuis le début du XIX^e siècle jusqu'à nos jours. Noter l'évolution de la hauteur du plus grand bâtiment du monde au cours des décennies.

→ Lors d'un exposé, présenter le résultat de ces recherches à la classe.



SUJET 2 Histoire des mathématiques

Voici un extrait du Tome I de l'ouvrage *Introduction à l'analyse infinitésimale* de Leonhard Euler.

→ Étudier le texte de Leonhard Euler.

→ Rechercher sur Internet un autre exemple lié au pourcentage proposé par Leonhard Euler.

→ Lors d'un exposé, présenter les travaux à la classe.

EXEMPLE II.

Si le nombre des habitants d'une province s'accroît tous les ans d'un tiers, et qu'il y ait au commencement 100000 habitants, on veut savoir combien il y en aura au bout de 100 ans. Soit, pour abréger, le nombre donné des habitants = x , de sorte que $x = 100000$; au bout d'un an le nombre des habitants sera $(1 + \frac{1}{3})x = \frac{4}{3}x$; au bout de deux ans $= (\frac{4}{3})^2 x$, au bout de trois ans $= (\frac{4}{3})^3 x$; & enfin au bout de cent ans $= (\frac{4}{3})^{100} x = (\frac{4}{3})^{100} 100000$.

Donc au bout de cent ans le nombre des habitants sera plus de vingt-six fois & demi plus considérable.